

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**

**"ADOLF HAIMOVICI" etapa locală – 21 februarie 2016**

**Filiera tehnologică : profil tehnic**

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE - CLASA A XI-A**

1. a. Din  $A \cdot X = X \cdot A$  se obține sistemul  $\begin{cases} 2c = 3b \\ 2(d - a) = 3b \end{cases}$  .....(1 punct)

Rezultă  $\begin{cases} a = x \\ b = 2y \\ c = 3y \\ d = x + 3y \end{cases}$ , deci  $X = \begin{pmatrix} x & 2y \\ 3y & x + 3y \end{pmatrix}$  .....(2 puncte)

- b. De la punctul anterior avem  $X = \begin{pmatrix} x & 2y \\ 3y & x + 3y \end{pmatrix} = y \cdot A + (x - y) \cdot I_2$ ....(3 puncte)

Pentru  $y = 2016$  și  $x = 2017$  rezultă concluzia.....(1 punct)

2. a. Din calcul direct rezultă  $\Delta = 72$ .....(2 puncte)

b. Pentru cazul  $x_k \neq 0$  avem  $\Delta = x_1 x_2 x_3 \begin{vmatrix} x_1 + \frac{1}{x_1} & x_2 & x_3 \\ x_1 & x_2 + \frac{2}{x_2} & x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{vmatrix} +$

$\begin{vmatrix} x_1 + \frac{1}{x_1} & x_2 & 0 \\ x_1 & x_2 + \frac{2}{x_2} & 0 \\ x_1 & x_2 & \frac{3}{x_3} \end{vmatrix}$  .....(2 puncte)

Din linia 1 și 2 a primului determinant scăzând linia 3 rezultă

$\Delta = x_1 x_2 x_3 \left[ \begin{vmatrix} \frac{1}{x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{x_2} & 0 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{vmatrix} + \frac{3}{x_3} \begin{vmatrix} x_1 + \frac{1}{x_1} & x_2 \\ x_1 & x_2 + \frac{2}{x_2} \end{vmatrix} \right] = 3! \cdot \left( 1 + \frac{x_1^2}{1} + \frac{x_2^2}{2} + \frac{x_3^2}{3} \right) \dots (3 \text{ puncte})$

3. a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f_a(x)}{x} = \ln a - 1$ .....(2 puncte)

b. Pentru  $a > 1$ , deoarece  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^x}{x} = \infty$  rezultă  $\lim_{x \rightarrow \infty} f_a(x) = \infty$  și  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_a(x)}{x} = \infty$  deci graficul nu are asimptote la  $+\infty$ .....(2 puncte)

Pentru  $a \in (0,1)$ , dreapta  $y = -x - 1$  este asimptotă spre  $+\infty$ .....(3 puncte)

4. a. Avem  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ , dreapta  $y = 1$  este asimptotă orizontală spre  $\pm\infty$ .  
.....(2 puncte)

Deoarece  $\lim_{x \uparrow -4} f(x) = +\infty$  și  $\lim_{x \downarrow -4} f(x) = -\infty$ , dreapta  $x = -4$  este asimptotă verticală.  
.....(2 puncte)

b. Deoarece  $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(n) = \frac{4}{n+4}$  .....(2 puncte)

Avem  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(n)}{\frac{1}{n}} = 4$ .....(1 punct)